Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Test 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați al treilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1 = 1$ și $b_2 = 2$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+1$. Determinați numerele naturale x, pentru care $f(x)<7$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2+8}=x+2$.
5p	**4.** Determinați numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $\{0,1,2,3\}$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(4,4)$, $C(1,a)$ și $D(2,1)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, pentru care dreptele AB și CD sunt paralele.
5p	**6.** Calculați lungimea ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC, în care $AB=10$ și $\cos B=\frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1+x & x\\ 2x & 1+2x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(1))=4$.
5p	**b)** Demonstrați că $A(x)A(y)=A(x+y+3xy)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**c)** Determinați numerele reale a pentru care $A(a)A(a)=A(5)$.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=5(x+y-4)-xy$.
5p	**a)** Arătați că $x*y=-(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**b)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*x\geq x$.
5p	**c)** Calculați $1*(-2)*3*(-4)*\ldots*2019*(-2020)$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+2)^2e^{-x}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=-x(x+2)e^{-x}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $0\leq\frac{(x+2)(y+2)}{\sqrt{e^{x+y}}}\leq 4$, pentru orice $x,y\in[-2,+\infty)$.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3e^x$.
5p	**a)** Arătați că $\int_0^1 \frac{1}{e^x}f(x)\,dx=\frac{1}{4}$.
5p	**b)** Calculați $\int_1^2 \frac{1}{x^2}f(x)\,dx$.
5p	**c)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f are un singur punct de inflexiune.